CHAPITRE 17

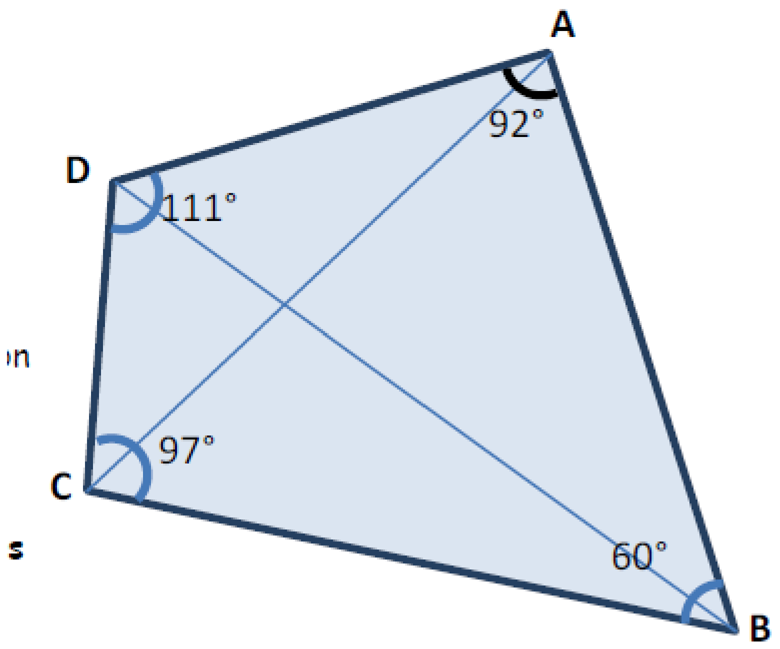
POLYGONES USUELS ET PARTICULIERS

1. LES QUADRILATÈRES DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS

Un quadrilatère est un polygonea quatre côtés. Un quadrilatère dont les côtés opposés ne sont pas parallèles est un quadrilatère quelconque.

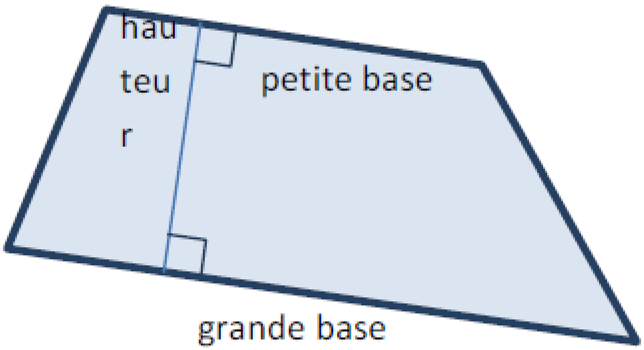
Les segments [AC] et [BD] qui relient deux sommets non consécutifs sont des diagonales : un quadrilatère a deux diagonales. La somme des 4 angles d'un quadrilatère est toujours égale à 360° :

92 + 60 + 97 + 111 = 360



2. LE TRAPÈZE

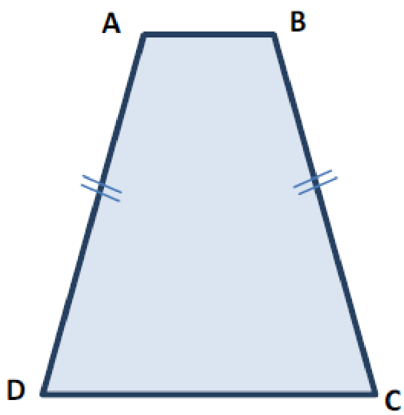
Un quadrilatère qui a deux côtés parallèles est un trapèze . Les deux côtés parallèles du trapèze sont nommés « bases » (la grande base et la petite base). La distance entre les deux côtés parallèles est nommée « hauteur du trapèze »



1 TRAPÈZE PARTICULIERS

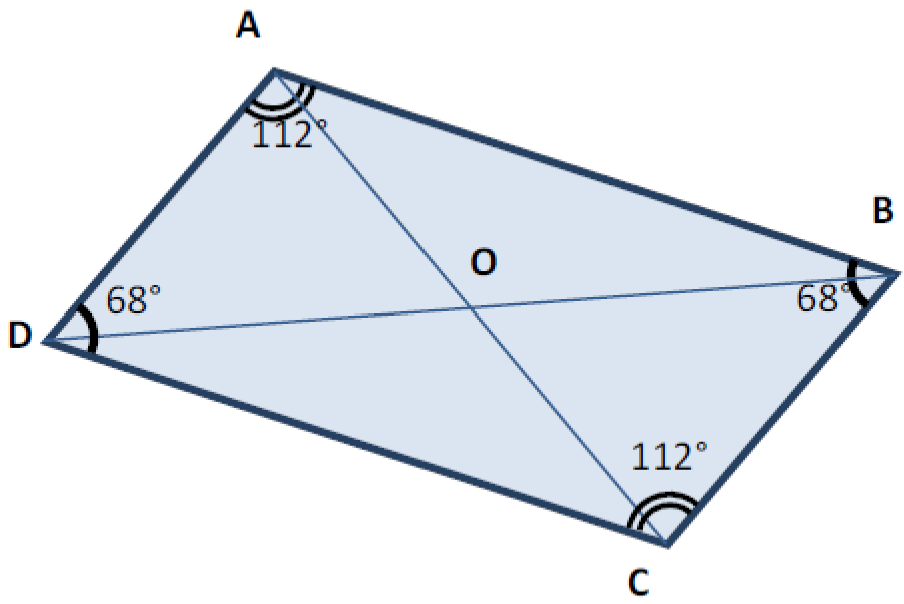
Le trapèze rectanglea un angle droit. Par conséquent, l'angle adjacent à l'autre base est droit lui aussi.

Le trapèze isocèle a ses deux côtés non parallèles qui ont la même mesure : AD = BC



3. LES PARALLÉLOGRAMMES DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS

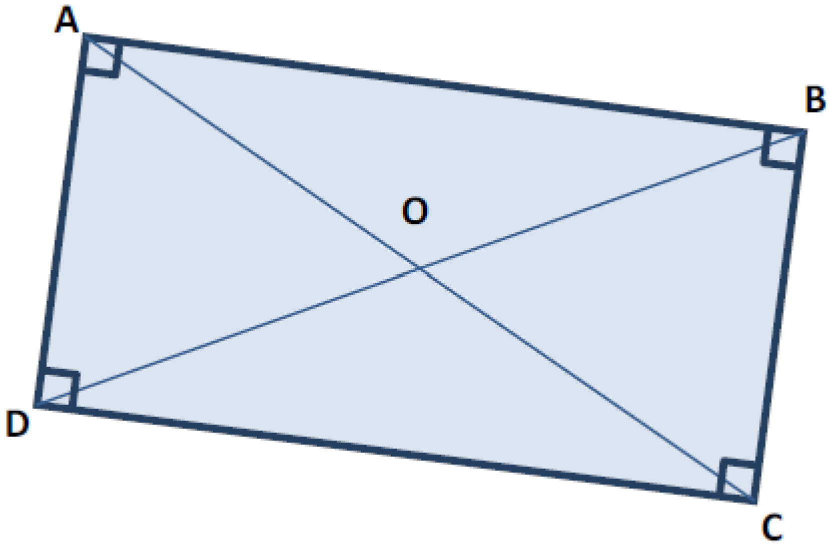
Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles :
[AB] // [CD] et [BC] // [AD]
Dans un parallélogramme :
- Les côtés opposés sont égaux : AB = CD et BC = AD
- Les angles opposés sont égaux :
- $\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$
- Remarque : comme dans tous les quadrilatères,
- la somme des angles fait 360° (ici, 112 x 2 + 68 x 2 = 360)
- Les diagonales sont inégales, mais elles se coupent en leur milieu :
- OA = OC et OB = OD



1 LE RECTANGLE

Un rectangle est un parallélogramme qui a un angle droit. On démontre facilement que par conséquent, les trois autres angles sont droits eux aussi :

Si $\widehat{DAB}$ est droit, l'angle opposé $\widehat{DCB}$
est droit lui aussi ; la somme de ces deux angles fait 90 + 90 = 180°, donc la somme des deux autres angles fait aussi 180°, et chacun mesure donc la moitié, soit 90°



Dans un rectangle :

- Comme dans tous les parallélogrammes, les côtés opposés sont parallèles et égaux :

[AB]//[CD]et[BC]//[AD] - AB = CD et BC = AD

- Les 4 angles sont égaux (angles droits) :

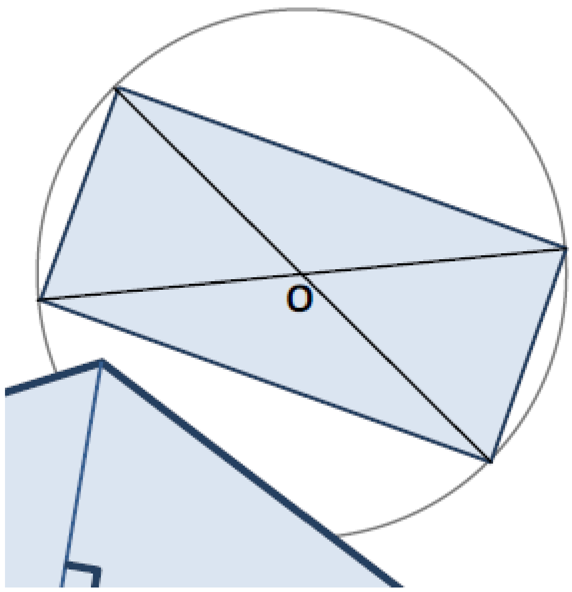
$\widehat{DAB} = \widehat{DCB} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90°$

- Les diagonales sont égales, et comme dans tous les parallélogrammes,elles se coupent en leur milieu :

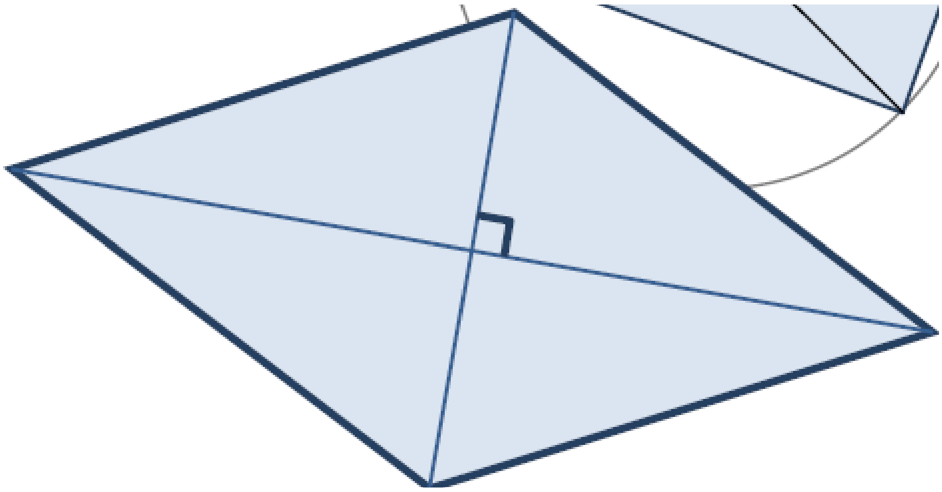
AC = BD

OA = OC = OB = OD

Remarque : deux diamètres d'un cercle déterminent un rectangle :



2 LE LOSANGE



Un losange est un parallélogramme dont deux côtés consécutifs sont égaux. On démontre facilement que par conséquent, les quatre côtés sont égaux : en effet, les côtés opposés d'un parallélogramme étant égaux, tous les côtés sont égaux.

AB = BC = CD = AD

Dans un parallélogramme :

- Comme dans tous les parallélogrammes, les côtés opposés sont parallèles

[AB]//[CD]et[BC]//[AD]

- En outre,les quatre côtés ont la même mesure

AB = CD = BC = AD

- Comme dans tous les parallélogrammes, les angles opposés sont égaux :

$\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$

- Comme dans tous les parallélogrammes, les diagonales se coupent en leur milieu :

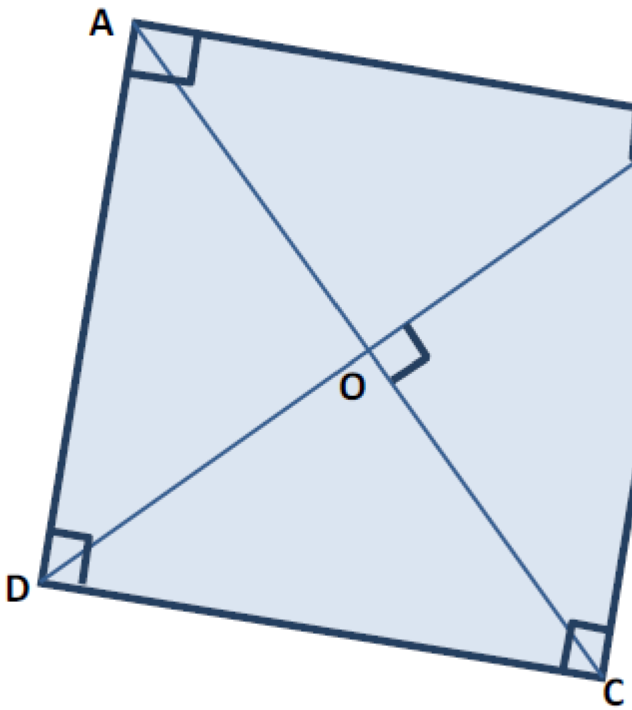
OA = OC et OB = OD

- En outre, dans le losange, les diagonales sont perpendiculaires :

$[AC] \perp [BD]$

3 LE CARRÉ

Un carré est un parallélogramme qui est à la fois un rectangle et un losange. C'est donc un parallélogramme qui a un angle droit et deux consécutifs égaux On démontre facilement que par conséquent, les quatre côtés sont égaux et les quatre angles sont droits



En résumé, dans un carré :

- les côtés opposés sont parallèles

[AB]//[CD]et[BC]//[AD]

- les 4 côtés sont égaux

AB = BC =CD= AD

- les 4 angles sont droits :

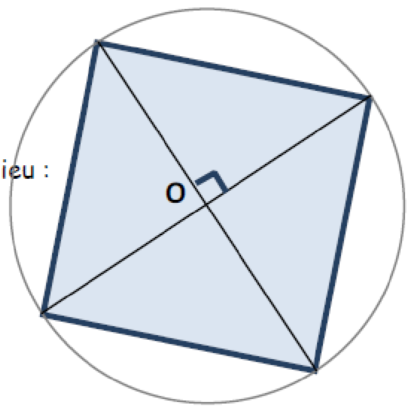
$\widehat{DAB} = \widehat{DCB} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90°$

- les diagonales sont égales, perpendiculaires et elles se coupent en leur milieu :

$AC = BD \; ; AC \perp BD$

OA = OC = OB = OD

Remarque : deux diamètres perpendiculaires d'un cercle déterminent un carré :

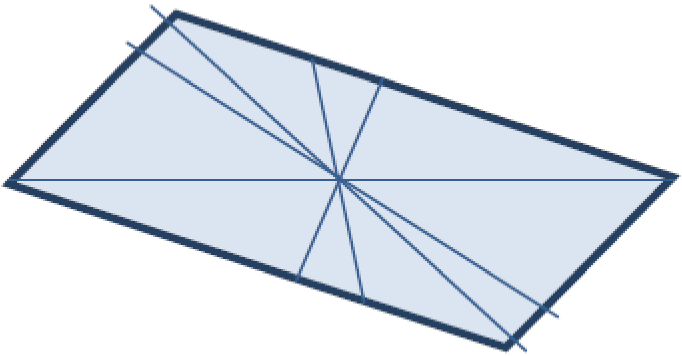


4 PARALLÉLOGRAMMES ET SYMÉTRIE

Centre de symétrie :

Pour TOUS les parallélogrammes (quelconque, rectangle, losange, carré), le point d'intersection des diagonales est le centre de symétrie. :

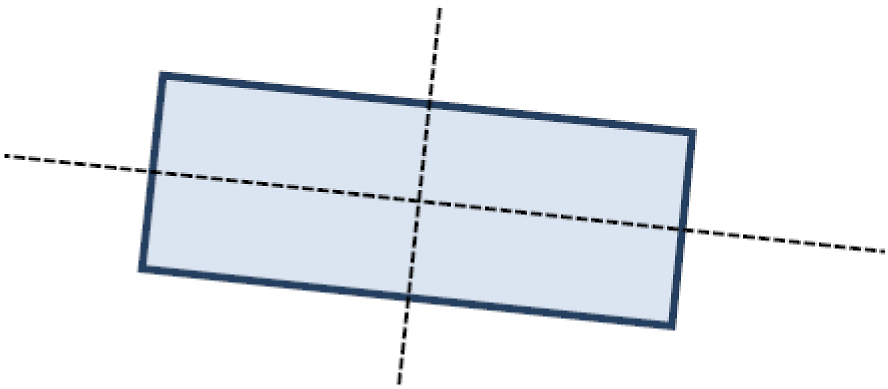
Quel que soit le segment passant par O et reliant deux points du parallélogramme, le point O en sera toujours le milieu.



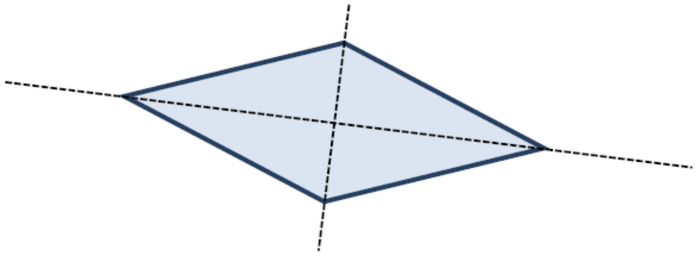
Axes de symétrie :

Les parallélogrammes quelconques n'ont pas d'axe de symétrie.

Dans le rectangle, les deux médianes (droites qui relient les milieux des côtés) sont des axes de symétrie :



Dans le losange, les deux diagonales sont des axes de symétrie :



Le carré (qui est à la fois losange et rectangle) a donc 4 axes de symétrie :